Formelark MA-154 2013

Newtons metode:

$$\boxed{x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}}$$

Eks:
Bruk Newtons metode 2 ganger til å finne tilnermet verdi for nullpunktet som funksjonen $f(x) = x^5 + 3x - 7$ har i intervallet [1,2]. La x_0 være midtpunktet i det gitte intervallet.

$f(x) = x^5 + 3x - 7$ og $f'(x) = 5x^4 + 3$

$$x_0 = \frac{1+2}{2} = 1.5$$

$$x_1 = 1.5 - \frac{(1.5)^5 + 3(1.5) - 7}{5(1.5)^4 + 3} = 1.32$$

$$x_2 = 1.32 - \frac{(1.32)^5 + 3(1.32) - 7}{5(1.32)^4 + 3} = 1.27$$

L´Hopital

$$\boxed{\lim_{x \to \infty} = \frac{\frac{d}{dx}(f(x))}{\frac{d}{dx}(g(x))}}$$

Gjenta prosess til løsning.

eks:

$$\lim_{x \to \infty} = \frac{\mathrm{Sin}(x) - x}{x^3}$$

L´Hopital 3 ganger gir

$$\lim_{x \to \infty} = \frac{\mathrm{Sin}(x) - x}{x^3} \Rightarrow \lim_{x \to \infty} = \frac{\mathrm{Cos}(x) - 1}{3x^2} \Rightarrow \lim_{x \to \infty} = \frac{-\mathrm{Sin}(x)}{6} = -\frac{1}{6}$$

Linearisering

rett linje; y= ax+b

$$\boxed{L(x) = f(a) + f'(x)(x - a)}$$

Linearisering til en funksjon

$$\boxed{\begin{array}{c} z = f(x, y) \text{ bed } (a, b) \\ L(x, y) = f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) \end{array}}$$

Ligning for plan:

$$\boxed{z = ax + by + c}$$

Derivasjon

$$\boxed{\begin{array}{c} y = u \cdot v \\ y' = u' \cdot v + u \cdot v' \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} y = \frac{u}{v} \\ y' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \end{array}}$$

Logaritmisk derivasjon

$$\boxed{\begin{array}{c} y = u \\ \text{Ln}(y) = \text{Ln}(u) \\ \frac{1}{y} y' = (\text{Ln}(u))' \end{array}}$$

Bra for drøye potenser

Trigonometriske funksjoner

$$\boxed{f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x}$$

$$\boxed{f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x}$$

$$\boxed{f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x}$$

Integrasjon

Integrasjons metoder

Delvis integrasjon: $\boxed{\int u' v \, dx = u v - \int u v' \, dx}$

Delbrøkoppspalting: $\boxed{\frac{px+q}{(x-x_1)(x-x_2)} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}}$

Substitsjon: $\boxed{\begin{array}{c} \text{Innfør } u = g(x), \ \frac{du}{dx} = g'(x) \rightarrow dx = \frac{du}{g'(x)}, \\ \bullet \text{bytt ut dx og forkort vekk } x \end{array}}$

Trigonometriske funksjoner

$$\boxed{\int \sin x \, dx = -\cos x + C}$$

$$\boxed{\int \cos x \, dx = \sin x + C}$$

$$\boxed{\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C}$$

$$\boxed{\int (1 + \tan^2 x) \, dx = \tan x + C}$$

$$\boxed{\int \tan x \, dx = -\ln|\cos x| + C}$$

Rekker

Kjente rekker

$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \Rightarrow \text{Divergens}}$ $\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \Rightarrow \text{Konvergens}}$ dvs $\boxed{\begin{array}{c} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \geq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \Rightarrow \text{Divergens} \\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \Rightarrow \text{Konvergens} \end{array}}$

Konvergens tester

Integral test:

$$\boxed{\int_1^{\infty} a_n \, dn \notin \infty \Rightarrow \text{konvergens}}$$

Forholdstest (funker "alltid"):

$$\boxed{\lim_{n \to \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1 \Rightarrow \text{Konvergens}}$$

Rot-test:

$$\boxed{\begin{array}{l} \lim_{n \to \infty} \left| \sqrt[n]{a_n} \right| < 1 \\ \lim_{n \to \infty} \left| a_n^{\frac{1}{n}} \right| < 1 \end{array} \Rightarrow \text{Konvergens}}$$

Alternerende rekketest:

$$\boxed{\begin{array}{c} 1. \text{ Alle } a_n > 0 \\ 2. \; a_n \geq a_{n+1}, \text{ For alle } n \\ 3. \lim_{n \to \infty} a_n \to 0 \end{array}}$$

Konvergensintervall med ukjente (x) i rekke

1.Formler; samme som konvergens tester.
2.Løs ut x til egen fraksjon i Lim tester, få utrykk i svarform |u|<1
3.Løs ut "u" og få svar i form "a<x<b" for Absolutt konvergensområdet.
4. Endene må testes for betinget eller absolutt konvergens.
Om enden konvergerer er den absolutt konvergent. (Se def 5 og 6 i neste avsnitt)

Absolutt og betinnget konvergens

Def 5:
Rekka $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ er Absolutt konvergent hvis $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergerer

Def 6:
Hvis rekka $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ er konvergent men ikke absolutt konvergent kalles den betinget konvergent
Skjer f.eks med rekker på form $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$, her kan $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergere.
Hvis alternerede rekketest på $[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n] \Rightarrow$ OK
Betinget om $[\sum_{n=1}^{\infty} a_n] \Rightarrow$ Divergent
Absolutt om $[\sum_{n=1}^{\infty} a_n] \Rightarrow$ Konvergent

Taylor rekke

$$\boxed{T_a{}^b\{f(x)\} = f(a) + \frac{f'(a)(x-a)}{1!} + \frac{f''(a)(x-a)^2}{2!} + \frac{f'''(a)(x-a)^3}{3!} + \ldots + \frac{f^b(a)(x-a)^b}{b!}}$$

b= antal grader/ledd som skal finnes, a=verdien som settes inn for x i opprinelig funksjon

$$\boxed{T_a\{f(x)\} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!}(x-a)^n}$$

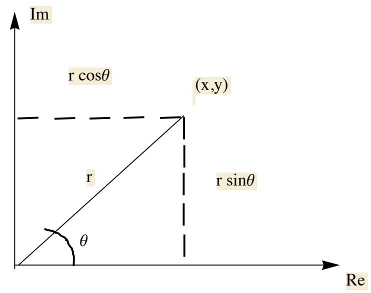
Imaginære tall $i = \sqrt{-1}$

$$\boxed{\begin{array}{c} z = x + y\,i \\ \mathrm{Re}(z) = x \quad \mathrm{Im}(z) = y \end{array}} \quad \boxed{\begin{array}{c} \text{Konjurgent}\,(\bar{z}) \\ z = x + y\,i \Rightarrow \bar{z} = x - y\,i \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Modulus} = \text{lengde} = |z| = r \\ |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Argument (vinkel)} \\ \arg(z) = \theta \longrightarrow \tan\theta = \frac{y}{x} \\ \text{finnes} \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Polar form} \\ z = r\cos\theta + i\,r\sin\theta \end{array}}$$



$$\boxed{\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{r\sin\theta}{r\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

Skriv nummeret som produkt av et reelt tall og i:

$$\sqrt{-2} = i\sqrt{2}$$