

# Maskindesign Formelhefte

Sondre Sanden Tørdal

29. mai 2012

## Innhold

<b>1 Innledning</b>	<b>3</b>
<b>2 Sikkerhet mot utmatting og flyt</b>	<b>4</b>
2.1 Sikkerhet mot utmatting . . . . .	4
2.2 Reduksjon . . . . .	4
2.3 Middel- amplitudespenning og Smith-diagram . . . . .	5
2.4 Ekvivalent spenning . . . . .	6
2.5 Kombinert bøye og torsjonsspenning . . . . .	6
2.6 Kjærvvirkning . . . . .	6
<b>3 Kritisk Turtall</b>	<b>7</b>
3.1 Dunkerleys metode . . . . .	7
3.2 Torsjonskritisk turtall . . . . .	7
<b>4 Kiler</b>	<b>8</b>
4.1 Skjærspenning og kanttrykk . . . . .	8
<b>5 Press- og krymppassning</b>	<b>9</b>
5.1 På- og avpressing . . . . .	9
5.2 Effekt i sammenheng med torsjon og rotasjon . . . . .	9
5.3 Pressmonn $\delta$ og flatetrykk $p$ . . . . .	10
5.4 Spenninger i nav og aksel (massiv aksel) . . . . .	11
<b>6 Skruer</b>	<b>12</b>
6.1 Sruens mekanikk . . . . .	12
6.2 Friksjonskoeffisienter mellom hode/underlag . . . . .	13
<b>7 Lager</b>	<b>14</b>
7.1 Lagerlast . . . . .	14
<b>8 Torsjon</b>	<b>15</b>
<b>9 Sveis</b>	<b>16</b>
<b>10 FEM</b>	<b>17</b>
10.1 Stivhets- forskyvningsmatrise for stavelement i global retning . . . . .	17
<b>11 Tabeller</b>	<b>18</b>
11.1 Kjærvfaktor . . . . .	18

## 1 Innledning

Denne formelsamlingen er skrevet til faget maskindesign ved Universitetet i Agder. Formler er samlet fra kompendier og forelesninger i faget maskindesign.

Tar forbehold om skrivefeil i formelheftet!

## 2 Sikkerhet mot utmatting og flyt

### 2.1 Sikkerhet mot utmatting

$$n_u = \frac{\sigma_{AN(red)}}{\sigma_{ae}} > 1$$

$n_u$  = sikkerhet mot utmatting

$\sigma_{AN(ed)}$  = redusert Amplitudespenning

$\sigma_{ae}$  = ekvivalent amplitudespenning

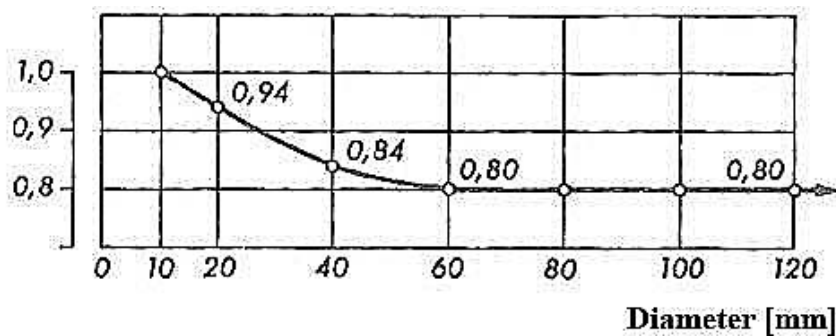
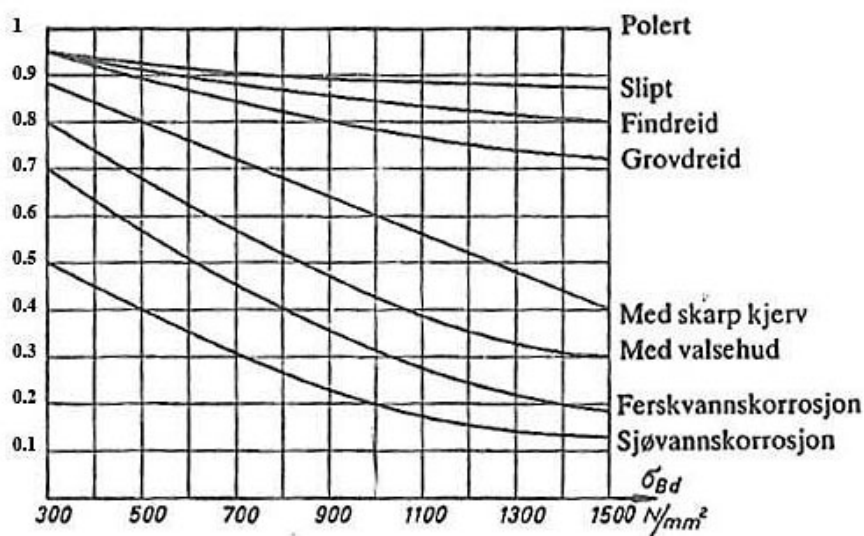
### 2.2 Reduksjon

$$b_{tot} = b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \quad \sigma_{AN(red)} = \sigma_{AN} b_{tot}$$

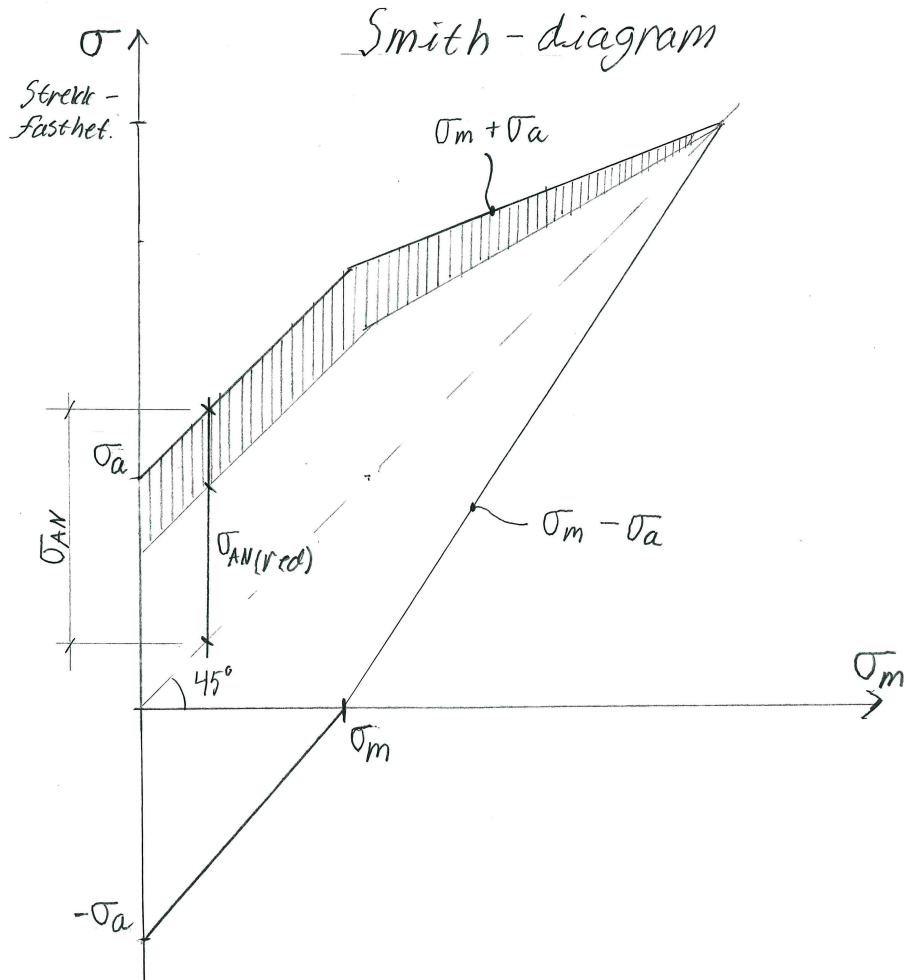
$b_1$  = reduksjon p.g.a diameter

$b_2$  = reduksjon p.g.a overflate

$b_3$  = redusjons i fiberretning, som regel  $b_3 = 1$



2.3 Middel- amplitudespenning og Smith-diagram

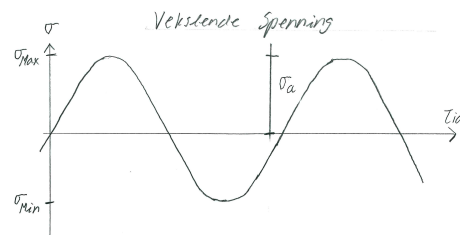
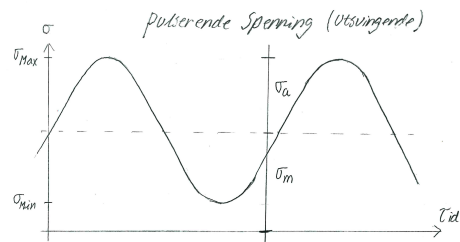


$$\sigma = \sigma_m \pm \sigma_a$$

$\sigma_m$  = middelspenning  
 $\sigma_a$  = amplitudespenning

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$



## 2.4 Ekvivalent spenning

$$\sigma_{em} = \sigma_{xm} + \sigma_{ym}$$

$$\sigma_{ea} = \sqrt{(k_{fx} \cdot \sigma_{xa})^2 + (k_{fy} \cdot \sigma_{ya})^2 - (k_{fx} \cdot \sigma_{xa})(k_{fy} \cdot \sigma_{ya}) + 3(k_{f\tau} \cdot \tau_{xya})^2}$$

## 2.5 Kombinert bøye og torsjonsspenning

$$\sigma_{em} = \sigma_m$$

$$\sigma_{ea} = \sqrt{(k_{fb} \cdot \sigma_a)^2 + 3(k_{f\tau} \cdot \tau_a)^2}$$

## 2.6 Kjærvirkning

- Uregelmessighet som medfører spenningskonsentrasjoner.

$$k_f = 1 + \eta(k_t - 1)$$

$\eta$  = kjærvfølsomhetsfaktor

$$k_f = \text{formfaktor} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}$$

### 3 Kritisk Turtall

$$C = m\omega^2(e_0 + y)$$

$C$ = sentrifugalkraft	[N]
$m$ = massen	[kg]
$\omega$ = vinkelhasitighet	[s <sup>-1</sup> ]
$e_0$ = eksentritet	[m]
$y$ = utbøyning, se Haugans	[m]

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad n_{kr} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad F = ky$$

$\omega_{kr}$  = kritisk turtall

$k$  = konstant

$m$  = massen

- OBS ( $y$  = utbøyning) i [m]
- Unngå omdreiningstall i nærheten av det kritiske turtall, samt akslerer raskt gjennom det kritiske området  $n_{kr}$
- $n_{kr} \notin [0.8n_{kr}, 1.25n_{kr}]$

#### 3.1 Dunkerleys metode

$$\frac{1}{n_{kr}^2} = \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} + \frac{1}{n_3^2} \cdots \frac{1}{n_n^2}$$

$n_{kr}$  = kritisk turtall til hele systemet

$n_1$  = kritisk turtall ved masse 1

$n_n$  = kritisk turtall ved masse n

#### 3.2 Torsjonskritisk turtall

$$n_{kr} = 9.5 \sqrt{\frac{G I_P}{L I 10^3}}$$

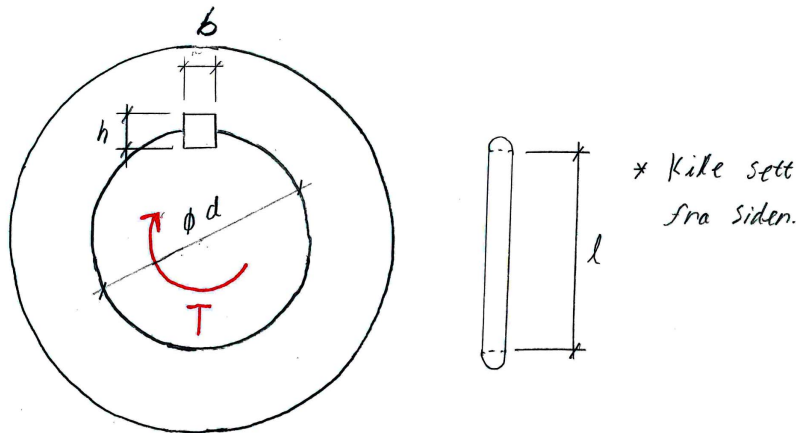
$G$  = akselens skjærmodul

$I_P$  = akselens polare treghetsmoment

$L$  = akselens lengde

$I$  = akselens massetregghetsmoment

## 4 Kiler



### 4.1 Skjærspenning og kanttrykk

$$\text{Skjærspenning: } \tau = \frac{2T}{dbl}$$

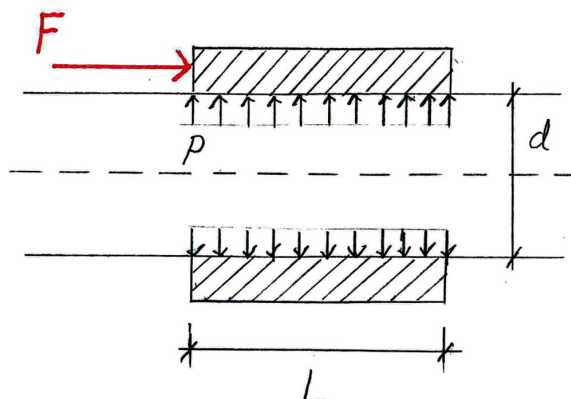
$$\text{Kanttrykk: } P = \frac{4T}{dlh}$$

$T$  = torsjonsmoment  
 $d$  = akselens diameter  
 $b$  = kilens bredde  
 $l$  = kilens lengde

- Ikke velg kilelengde lengre enn  $(1.5 - 2.0) \cdot d$



## 5 Press- og krymppassning



### 5.1 På- og avpressing

$$\text{Påpressing: } F = \mu_k p \pi d L$$

$$\text{Avpressing: } F = \mu_s p \pi d L$$

$F$  = på/avpressing kraft

$\mu_k$  = kinetisk friksjonskoeffisient

$\mu_s$  = statisk friksjonskoeffisient

$p$  = flatetrykket

#### Friksjonskoeffisienter:

$$\mu_d = 0.08 \text{ dynamisk}$$

$$\mu_k = 0.10 \text{ presspassning}$$

$$\mu_k = 0.15 \text{ krymppassning}$$

- Hvis  $p > p_{min}$  vil man få glidning
- Hvis  $p < p_{max}$  vil man få for stor spenning

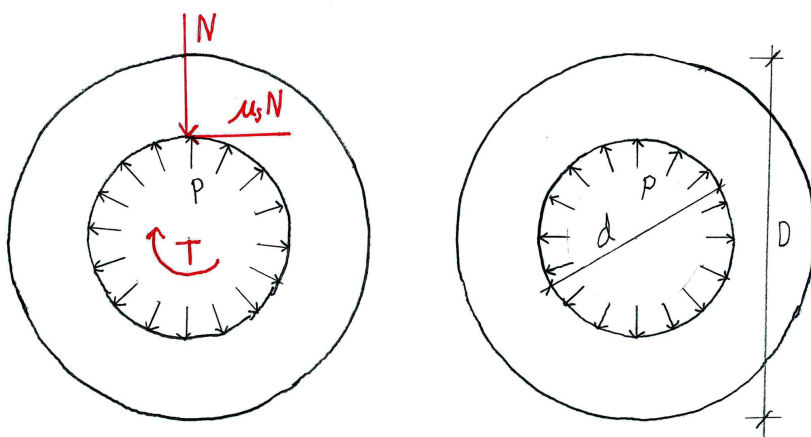
### 5.2 Effekt i sammenheng med torsjon og rotasjon

$$P = \frac{T\omega}{n}$$

$P$  = effekt

$T$  = torsjonsmoment

$n$  = sikkerhetsfaktor



### Overføring av torsjonsmoment

$$T = \mu_s p L \frac{\pi d^2}{2n_g}$$

$T$  = torsjonsmoment som forbindelsen kan overføre

$p$  = flatetrykk mellom aksel og nav

$n_g$  = sikkerhetsfaktor mot glidning

### 5.3 Pressmonn $\delta$ og flatetrykk $p$

$$\delta = p(\alpha_n + \alpha_a)$$

$$\alpha_n = \frac{d}{E_n} \left( \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \nu \right)$$

$$\alpha_a = \frac{d}{E_a} \left( \frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - \nu \right)$$

$$\delta = \delta_0 - \delta_{\Delta T}$$

$$\delta_{\Delta T} = d\alpha\Delta T$$

$\alpha_a$  = utvidelses/krympe-koeffesient aksel

$\alpha_n$  = utvidelses/krympe-koeffesient nav

$D$  = ytre diameter til nav

$p$  = flatetrykk

$d$  = indre diameter til nav

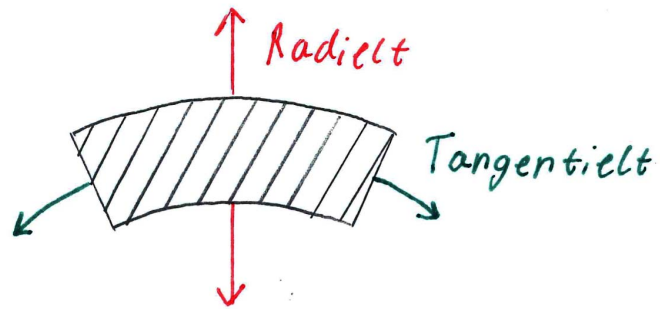
$d_i$  = indre diameter til aksel

$\nu$  = poissons tall

$\delta$  = pressmonn

$\alpha$  = utvidelse/krympe koeffisient

$\Delta T$  = tempraturendring



#### 5.4 Spenninger i nav og aksel (massiv aksel)

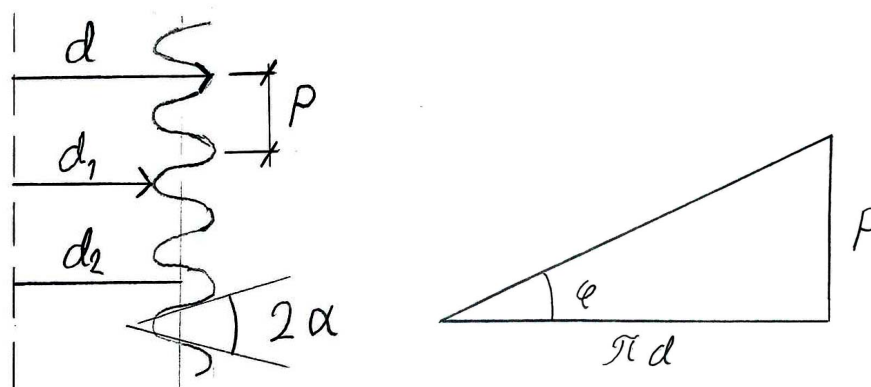
$$\sigma_{ti} = p \left( \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} \right)$$

$$\sigma_{ty} = 2 \left( \frac{pd^2}{D^2 - d^2} \right)$$

$$\sigma_{ri} = -p$$

$$\sigma_{ry} = 0$$

## 6 Skruer



### 6.1 Sruens mekanikk

Trekke til skruer:  $T_t = F_a r_m \tan(\varepsilon_1 + \varphi)$

Løsne skruer:  $T_t = F_a r_m \tan(\varepsilon_1 - \varphi)$

Spenningsdiameter:  $d_s = 2\sqrt{\frac{A_s}{\pi}}$

$F_a$  = akselens strekkraft eller last

$r_m$  = gjengenes middelradius:  $r_m = \frac{d_2}{2}$

$\varepsilon_1$  = friksjonsvinkel:  $\tan \varepsilon_1 = \frac{\mu}{\cos \alpha}$

$\varphi$  = gjengenes stigningsvinkel:  $\tan \varphi = \frac{P}{\pi d_2}$

$P$  = gjengestigning

$T_u$  pga. friksjon hode/underlag:  $T_u = \mu' F_a r'_m$

$\mu'$  = Friksjonskoeffisient hode/underlag

$r'_m$  = antatt friksjonsradius

$$r'_m = \frac{N + d_h}{4}$$

$N$  = nøkkelvidde

$d_h$  = Hulldiamet (frihull)

Totalt tiltrekkingsmoment:  $T = T_t + T_u$

## 6.2 Friksjonskoeffisienter mellom hode/underlag

- Ubehandlede skrue og mutter:
  - $\mu' = 0.18 - 0.35$  usmurte flater
  - $\mu' = 0.14 - 0.26$  smurte flater
- Bruk av herdede underlagskiver
  - $\mu' = 0.19 - 0.35$  usmurte flater
  - $\mu' = 0.08 - 0.18$  smurte flater

## 7 Lager

$$\text{Kulelager: } L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^3 \quad [\text{mill. omdreininger}]$$

$$\text{Rullelager: } L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^{\frac{10}{3}} \quad [\text{mill. omdreininger}]$$

$L_{10}$  = levetid for  $10^6$  omdreininger

$C$  = lagerets dynamiske bæretall

$P$  = kombinert lagerbelastning

$$L_{10h} = \frac{L_{10}10^6}{60n}$$

$$L_{10h} = \text{levetid i timer} \quad [\text{driftstimer}]$$

$$n = \text{turtall} \quad [o/\text{min}]$$

### 7.1 Lagerlast

$$\text{Kombinert last: } P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

$$F_r = \text{Radiallast}$$

$$F_a = \text{Aksiallast}$$

For og kunne bestemme faktorene X og Y, må forholdet  $F_a/C_0$  beregnes hvor  $C_0$  er det statiske bæretall som gir varig deformasjon for kule/rullebane.

$$\text{Varig deformasjon: } \Delta d = 0.0001d$$

$$d = \text{diametere til kule/rulle}$$

Når forholdet  $F_a/C_0$  er beregnet finner du  $e$  i tabell. For ensporede lager kan den kombinerte lasten  $P$  bestemmes ut i fra følgende:

- når  $F_a/F_r \leq e \Rightarrow P = F_r$
- når  $F_a/F_r > e \Rightarrow P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$

## 8 Torsjon

$$\text{Torsjonsspenning: } \tau = \frac{G\varphi r}{l}$$

$\tau$  = skjærspenning

$l$  = akselens lengde

$\varphi$  = vridningsvinkel

$T$  = torsjonsmoment

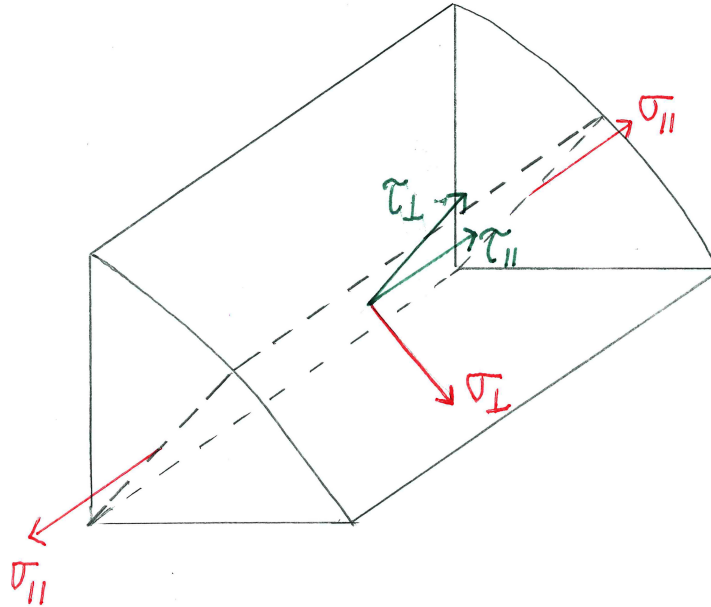
$I_p$  = polart treghetsmoment

$r$  = radius

$G$  = skjærmodul

$$\text{Vridningsvinkel: } \varphi = \frac{\tau l}{Gr} = \frac{Tl}{I_p G}$$

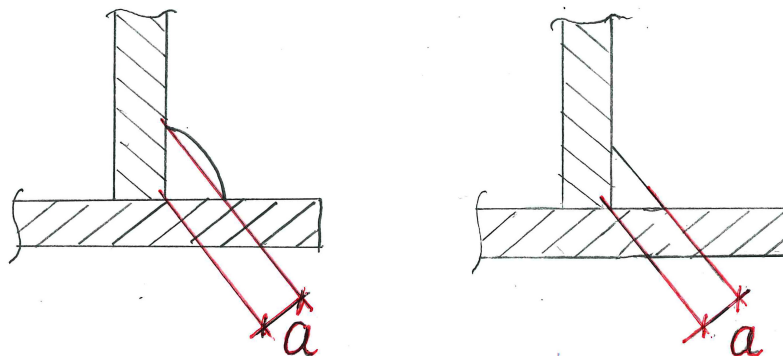
Sveisetvernsnitt.



## 9 Sveis

Ekvivalent middelspenning:  $\sigma_{em} = \sigma_{\perp m} + \sigma_{\parallel m}$

$$\sigma_{ea} = \sqrt{(\beta_{\sigma\perp} \cdot \sigma_{\perp a})^2 + (\beta_{\sigma\parallel} \cdot \sigma_{\parallel a})^2 - (\beta_{\sigma\perp} \cdot \sigma_{\perp a})(\beta_{\sigma\parallel} \cdot \sigma_{\parallel a}) + 3(\beta_{\tau\perp} \cdot \tau_{\perp a})^2 + 3(\beta_{\tau\parallel} \cdot \tau_{\parallel a})^2}$$





## 10 FEM

### 10.1 Stivhets- forskyvningsmatrise for stavelement i global retning

$$\vec{D} = T \cdot \vec{d} \Leftrightarrow \vec{d} = T \cdot \vec{D} \quad k = \frac{EA}{L}$$

$$K^e = k \begin{bmatrix} c^2 & sc & -c^2 & -sc \\ sc & s^2 & -sc & -s^2 \\ -c^2 & -sc & c^2 & sc \\ -sc & -s^2 & sc & s^2 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} U^1 \\ V^1 \\ U^2 \\ V^2 \end{bmatrix}}_{\vec{D}} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & -s \\ 0 & 0 & s & c \end{bmatrix}}_T \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u^1 \\ v^1 \\ u^2 \\ v^2 \end{bmatrix}}_{\vec{d}}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} u^1 \\ v^1 \\ u^2 \\ v^2 \end{bmatrix}}_{\vec{d}} = \underbrace{\begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & -s & c \end{bmatrix}}_T \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} U^1 \\ V^1 \\ U^2 \\ V^2 \end{bmatrix}}_{\vec{D}}$$

$$c = \cos \varphi$$

$$s = \sin \varphi$$

$K^e$  = elementstivhetsmatrisen

$k$  = elementstivhet

$\vec{D}$  = global forskyvning av noder

$\vec{d}$  = lokal forskyvning av noder

$T$  = transformasjonsmatriser

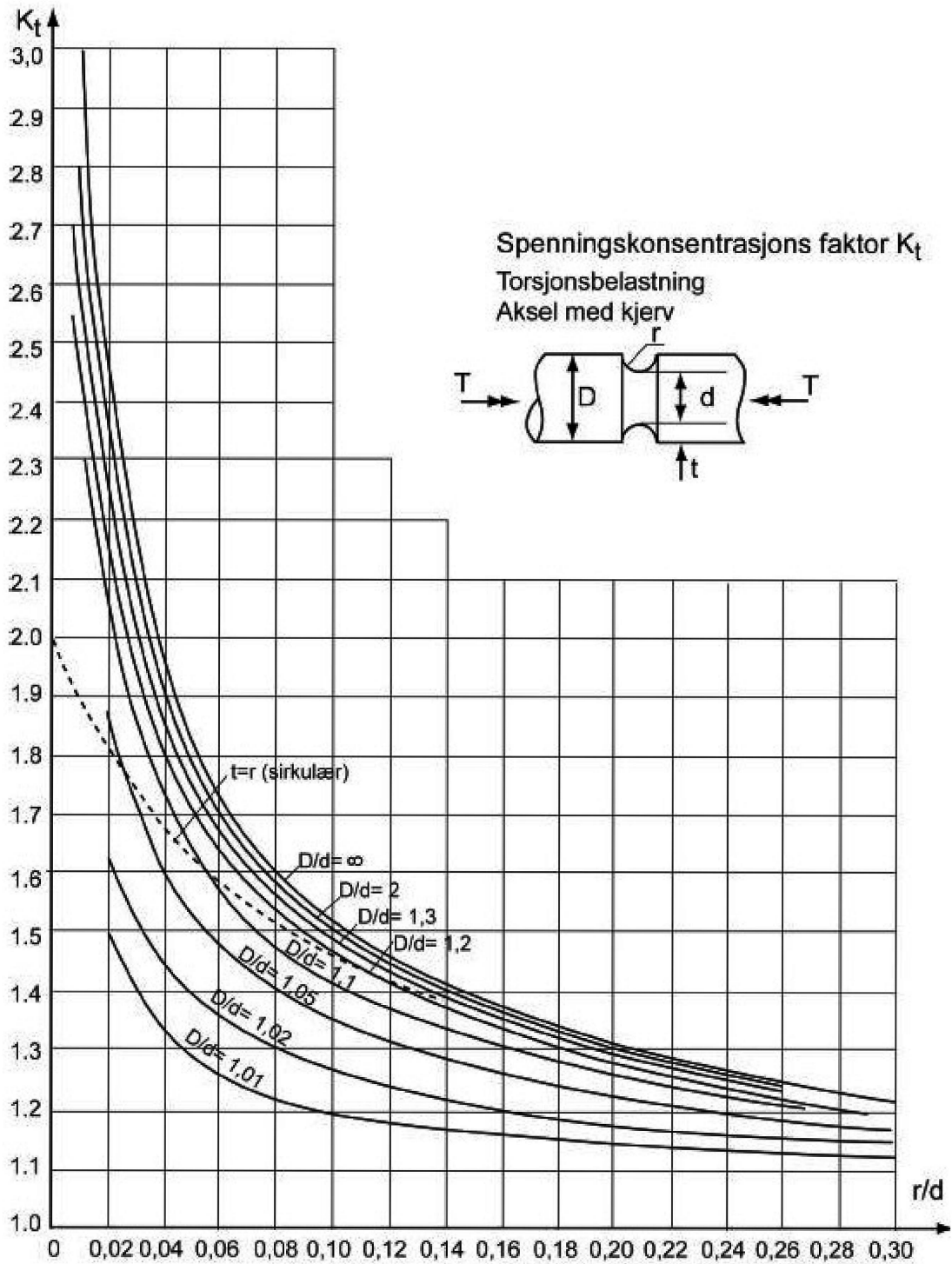
$K^s$  = systemstivhetsmatrise

Sett inn i systemstivhetsmatrise  $K^s$  for og løse ut forskyvning og reaksjonskrefter.

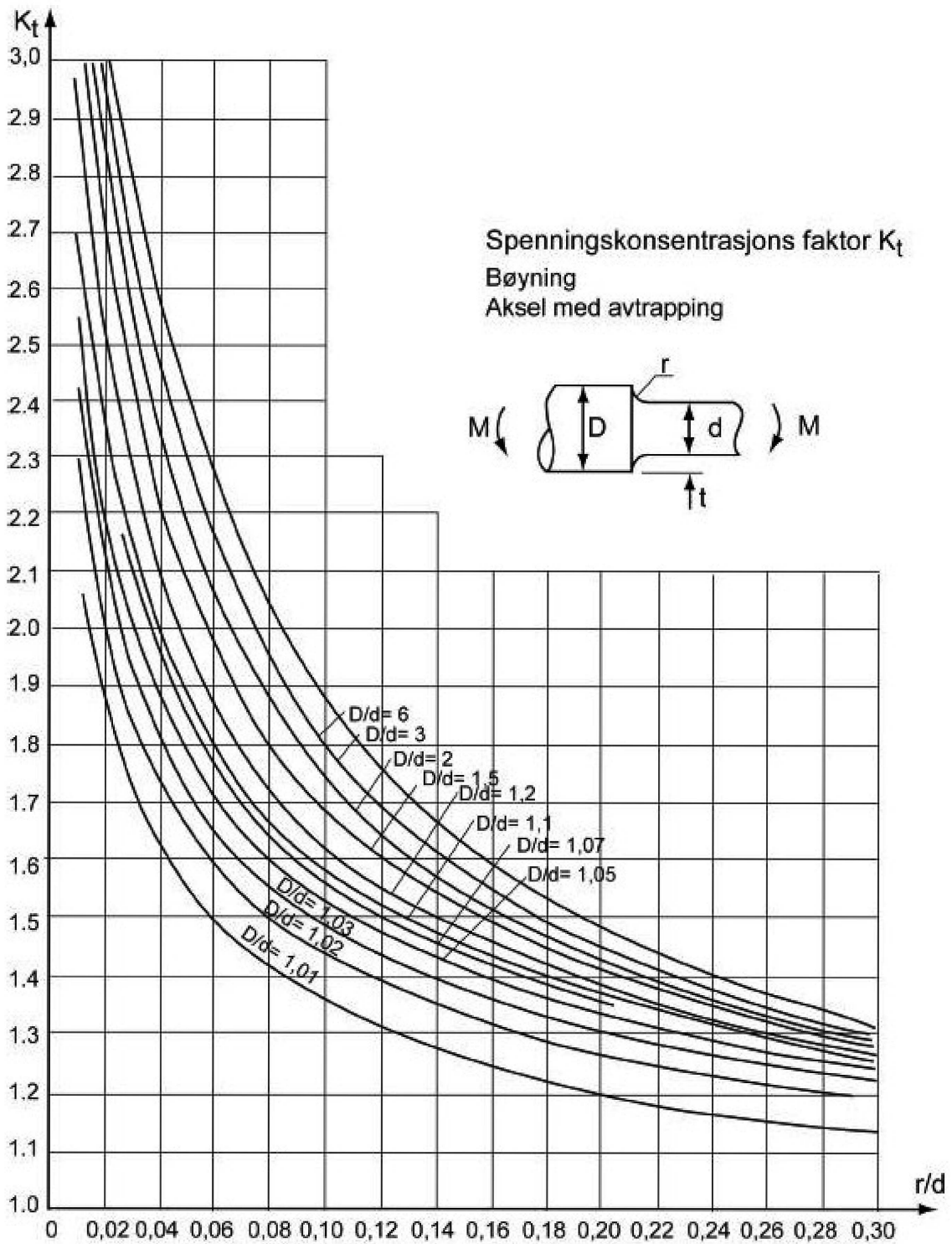
$$\vec{F} = K^s \cdot \vec{D}$$

## 11 Tabeller

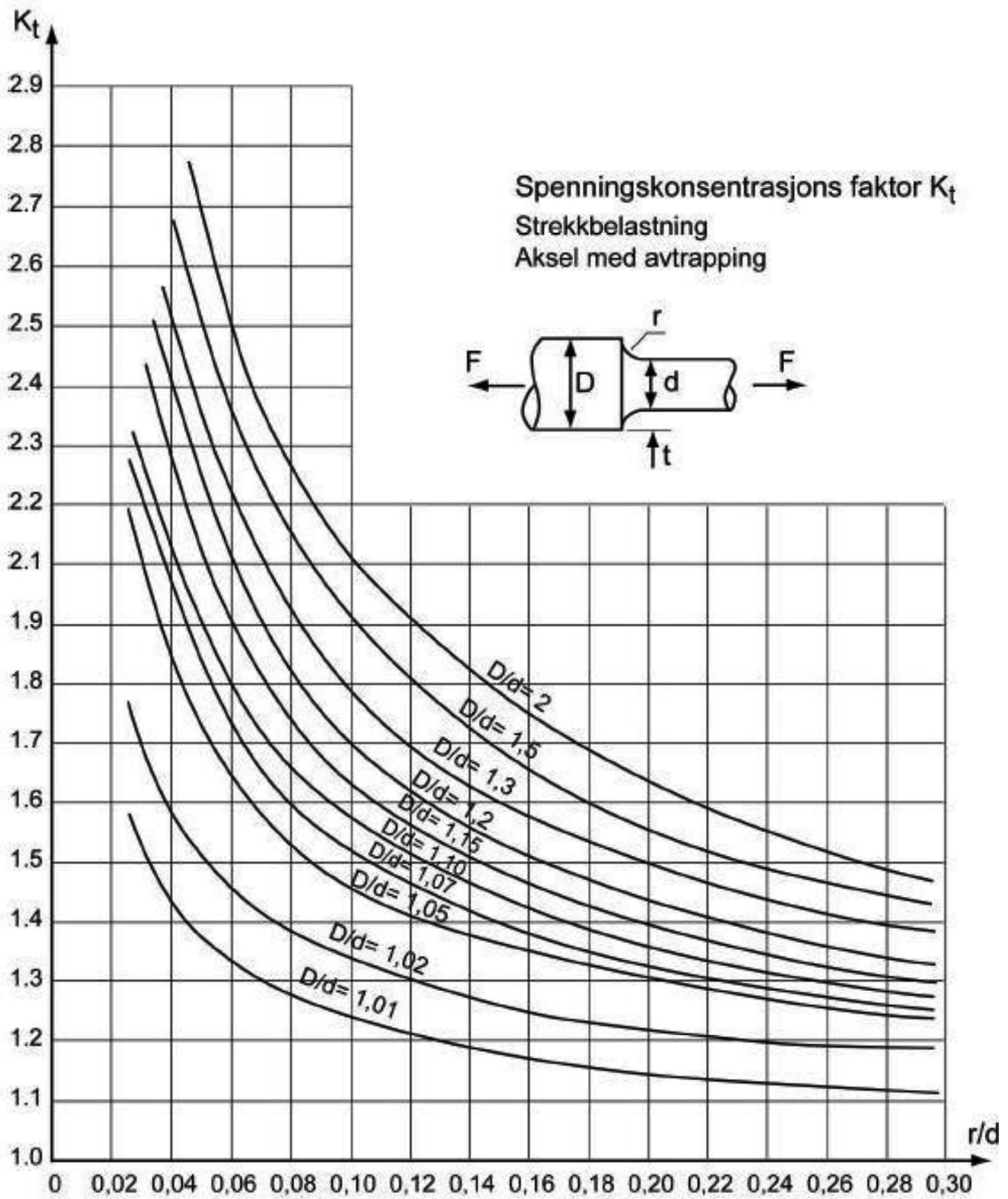
### 11.1 Kjærvfaktor



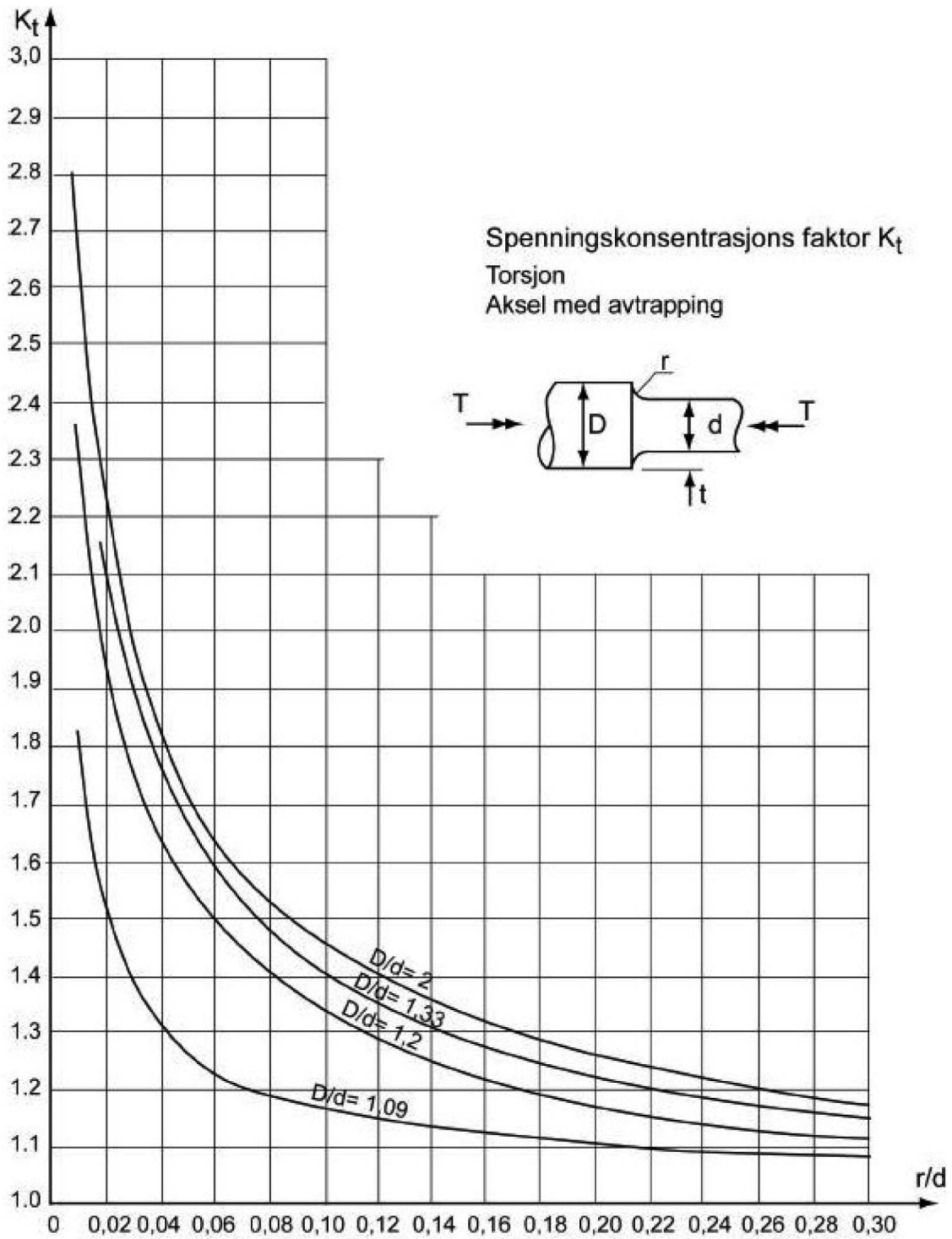
Kjærvfaktor



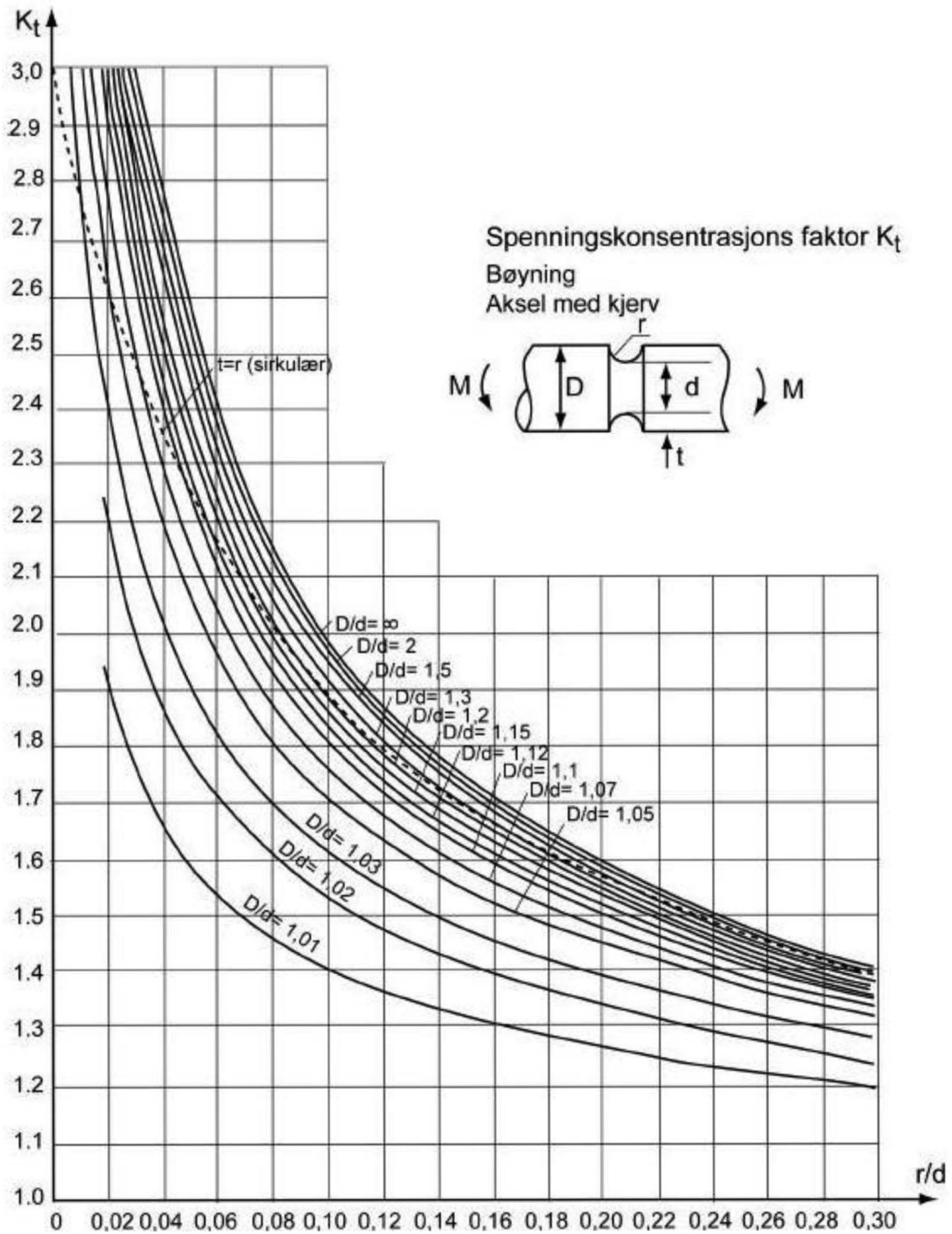
Kjærvfaktor



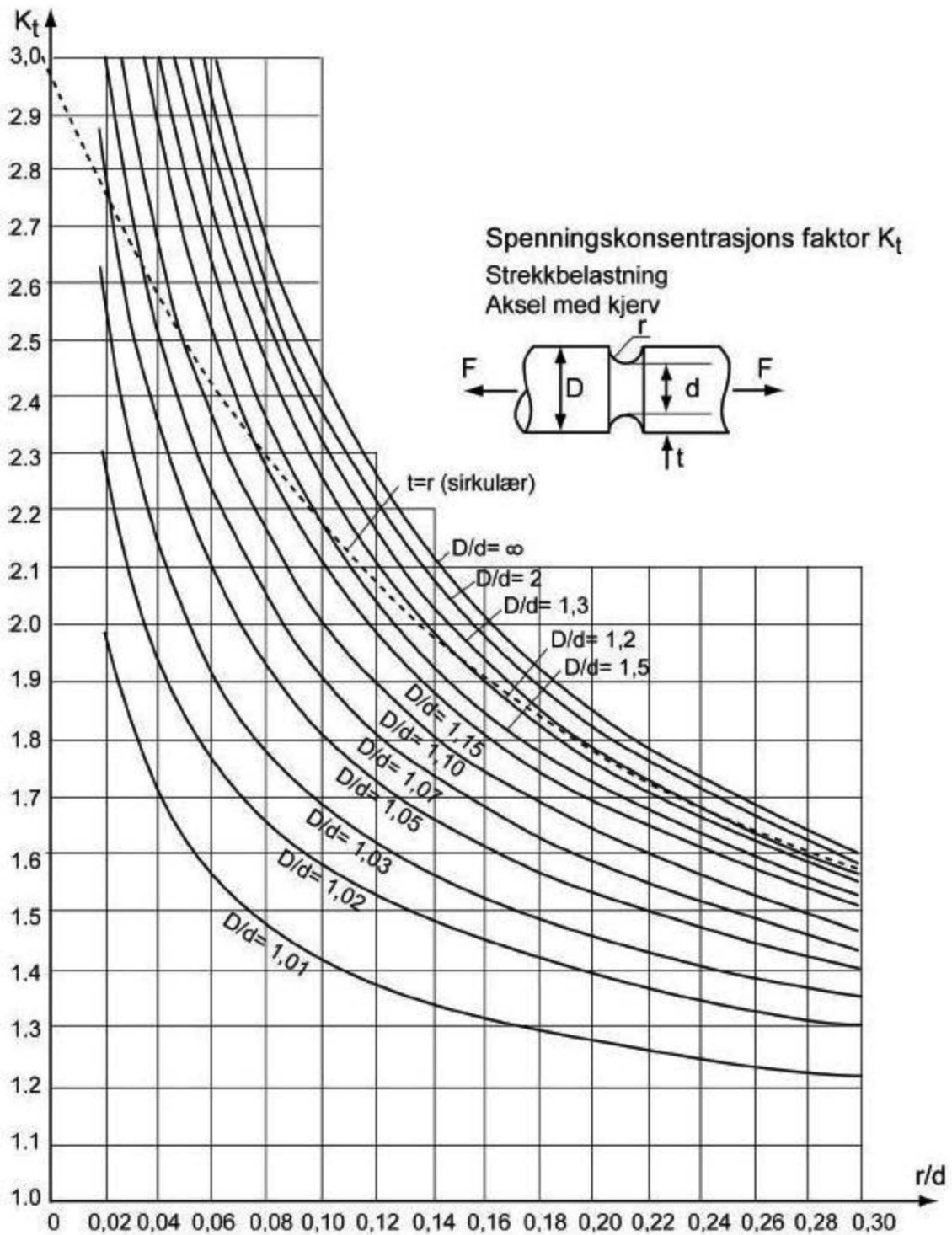
Kjærvfaktor



Kjærvfaktor



Kjærvfaktor



Basismål i mm	over t.o.m.	3	6	10	18	30	50	80	120	
		3	6	10	18	30	50	80	120	
Pasning		Avvik i $\mu\text{m}$ ( $1 \mu\text{m} = 1/1000 \text{ mm}$ )								
H6	Basisboring	0 + 6	0 + 8	0 + 9	0 + 11	0 + 13	0 + 16	0 + 19	0 + 22	0 + 25
g5	Trang løpepasning	-2 -6	-4 -9	-5 -11	-6 -14	-7 -16	-9 -20	-10 -23	-12 -27	-14 -32
h5	Skyvepasning	0 -4	0 -5	0 -6	0 -8	0 -9	0 -11	0 -13	0 -15	0 -18
j5	Sugepasning	+2 -2	+3 -2	+4 -2	+5 -3	+5 -4	+6 -5	+6 -7	+6 -9	+7 -11
k5	Lett drivpasning	+4 0	+6 +1	+7 +1	+9 +1	+11 +2	+13 +2	+15 +2	+18 +3	+21 +3
m5	Drivpasning	+6 +2	+9 +4	+12 +6	+15 +7	+17 +8	+20 +9	+24 +11	+28 +13	+33 +15
n5	Hård drivpasning	+8 +4	+13 +8	+16 +10	+20 +12	+24 +15	+28 +17	+33 +20	+38 +23	+45 +27
H7	Basisboring	0 + 10	0 + 12	0 + 15	0 + 18	0 + 21	0 + 25	0 + 30	0 + 35	0 + 40
d9	Meget lett løpepasning	-20 -45	-30 -60	-40 -76	-50 -93	-65 -117	-80 -142	-100 -174	-120 -207	-145 -245
f7	Løpepasning	-6 -16	-10 -22	-13 -28	-16 -34	-20 -41	-25 -50	-30 -60	-36 -71	-43 -83
g6	Trang løpepasning	-2 -8	-4 -12	-5 -14	-6 -17	-7 -20	-9 -25	-10 -29	-12 -34	-14 -39
h6	Skyvepasning	0 -6	0 -8	0 -9	0 -11	0 -13	0 -16	0 -19	0 -22	0 -25
j6	Sugepasning	+4 -2	+6 -2	+7 -2	+8 -3	+9 -4	+11 -5	+12 -7	+13 -9	+14 -11
k6	Lett drivpasning	+6 0	+9 +1	+10 +1	+12 +1	+15 +2	+18 +2	+21 +2	+25 +3	+28 +3
m6	Drivpasning	+8 +2	+12 +4	+15 +6	+18 +7	+21 +8	+25 +9	+30 +11	+35 +13	+40 +15
n6	Hård drivpasning	+10 +4	+16 +8	+19 +10	+23 +12	+28 +15	+33 +17	+39 +20	+45 +23	+52 +27
r6	Presspasning	+16 +10	+23 +15	+28 +19	+34 +23	+41 +28	+50 +34	+62 +41	+76 +51	+93 +63
H8	Basisboring	0 + 14	0 + 18	0 + 22	0 + 27	0 + 33	0 + 39	0 + 46	0 + 54	0 + 63
d9	Meget lett løpepasning	-20 -45	-30 -60	-40 -76	-50 -93	-65 -117	-80 -142	-100 -174	-120 -207	-145 -245
e8	Lett løpepasning	-14 -28	-20 -38	-25 -47	-32 -59	-40 -73	-50 -89	-60 -106	-72 -126	-85 -148
f7	Løpepasning	-6 -16	-10 -22	-13 -28	-16 -34	-20 -41	-25 -50	-30 -60	-36 -71	-43 -83
h9	Skyvepasning	0 -25	0 -30	0 -36	0 -43	0 -52	0 -62	0 -74	0 -87	0 -100
H11	Basisboring	0 + 60	0 + 75	0 + 90	0 + 110	0 + 130	0 + 160	0 + 190	0 + 220	0 + 250
a11	Løpepasning med stor klaring	-270 -330	-270 -345	-280 -370	-290 -400	-300 -430	-310 -480	-340 -550	-380 -630	-460 -830
b11	Løpepasning med stor klaring	-140 -200	-140 -215	-150 -240	-150 -260	-160 -290	-170 -340	-190 -390	-220 -460	-260 -560
d11	Meget lett løpepasning	-20 -80	-30 -105	-40 -130	-50 -160	-65 -195	-80 -240	-100 -290	-120 -340	-145 -395
h11	Løpepasning til skyvepasning	0 -60	0 -75	0 -90	0 -110	0 -130	0 -160	0 -190	0 -220	0 -250