

Mech2

Kim Timothy Eng 08/09/12 00:17

Massesenter

Masse Senter (MC):

↪ \bar{y} trekant

Samlet Massesenter:

$$\bar{x} = \frac{\int x da}{\int da}$$

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \int y da}{\int da}$$

$$\bar{x}_{tot} = \frac{\sum xA}{\sum A} \quad \bar{y}_{tot} = \frac{\sum yA}{\sum A}$$

Friksjon

Friksjonskrefter (J):

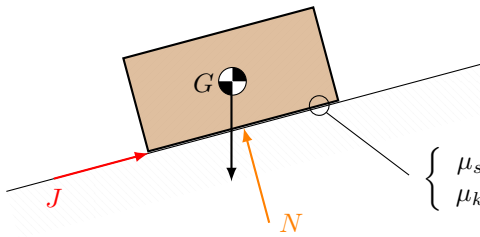
Maksimal statisk friksjon:

Kinetisk friksjon:

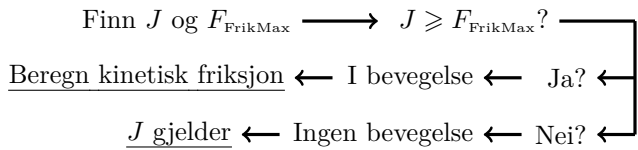
$$\sum F = O_N = \underline{J} + F_a + F_b \dots$$

$$F_{\text{FriksjonMax}} = \mu_s N$$

$$F_{\text{FriksjonKinetisk}} = \mu_k N$$



J = Friksjonskreftene μ_s = Statisk friksjonskoeffisient
 N = Normalkreftene μ_k = Kinetisk friksjonskoeffisient



Hastighet / akselerasjon (a er konstant)

Akselerasjon:

Strekning:

Hastighet:

↪

$$a(s_1 + s_2) = \frac{1}{2}(V_1^2 - V_0^2)$$

$$s_1 = Vt_1 + s_0$$

$$v_1 = at_1 + V_0$$

$$v^2 = V_0^2 + 2a(s - s_0)$$

Konstant akselerasjon:

↪

Konstant hastighet:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Bevegelse med vektorer

Hastighet:

Akselerasjon:

Sammenheng mellom V og \dot{r}

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{\alpha}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\dot{r} = V = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Derivasjon av bevegelsesvektor:

$$r_o = l \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad \dot{r}_o = l \dot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} + \dot{l} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\ddot{r}_o = l \ddot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} + l \dot{\theta}^2 \begin{bmatrix} -\cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix} + 2\dot{l}\dot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} + \ddot{l} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\theta = \theta \quad \dot{\theta} = \omega \quad \ddot{\theta} = \alpha$$

Summen av moment:

Summen av kraft (Newtons 2. lov):

$$\sum M = I\alpha$$

$$\sum F = ma$$

$$\vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{bmatrix} \omega_y \cdot r_z - \omega_z \cdot r_y \\ -(\omega_z \cdot r_x - \omega_x \cdot r_z) \\ \omega_x \cdot r_y - \omega_y \cdot r_x \end{bmatrix}$$

Arbeid & Energi

Kinetisk energi T:

Potensiel Energi:

↪ Ekstern Kraft:

Konst. mek. T:

$$T = \overbrace{\frac{1}{2} m V_G^2}^{\text{translasjon}} + \overbrace{\frac{1}{2} I_o \omega^2}^{\text{rotasjon}}$$

$$U = mg\Delta h$$

$$U = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

$$T_1 + U_{1-2} = T_2$$

$$T_1 + U'_{1-2} + V_1 = T_2 + V_2$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_G^2 + \frac{1}{2} \cdot I_G \cdot \omega_1^2$$

U_{1-2} = arbeidet av alle ytre krefter. U'_{1-2} = arbeidet av alle ytre krefter unntatt tyngdekraft og elastiske krefter.

Effekt

Effekt beskriver energi/tid, der $[W] = [J/s]$

Effekt

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F}{V} = F \cdot V$$

Spenning, Tøyning & Skjæring

Spenning (σ)

Strekk om $\sigma > 0$

Trykk om $\sigma < 0$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Tøyning (ϵ)

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta D}{D}$$

Hookes Lov

$$\sigma = \frac{E}{\epsilon}$$

Possion's forhold (ν)

ϵ_t = tøyning på tvers

possion's tall = 0.285

ϵ_l = tøyning på langs

$$\nu = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_l}$$

Kraft (P)

$$P = \frac{AE}{L} \Delta L$$

Første Arealmoment (Q)

(statisk moment)

$$Q = \int_A y da$$

Arealtreghetsmoment (I)

$$I = \int_A y^2 da$$

Moment ? (M)

Bøynings kurve (k)

k = bøyningskurve

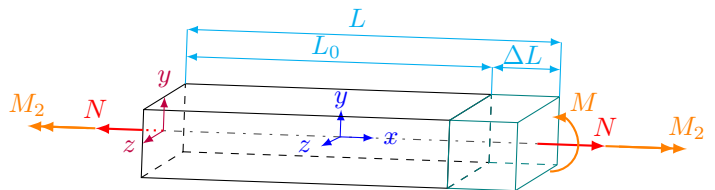
ρ = bøyningsradius

$$M = E \cdot k \cdot I$$

$$k = \frac{1}{\rho}$$

Strekkbøyningsmoment (σ_x)

$$\sigma_x = \overbrace{\frac{\text{kraft}}{\sigma_{xn}}} + \overbrace{\frac{\text{moment}}{\sigma_{xm}}} + \overbrace{\frac{\text{torsjon}}{\sigma_{xm2}}} = \frac{N}{a} - \frac{M \cdot y}{I_z} + \frac{M_2 \cdot z}{I_y}$$



Skjærespenning (τ)

Gjennomsnittlig

skjærespenning (τ):

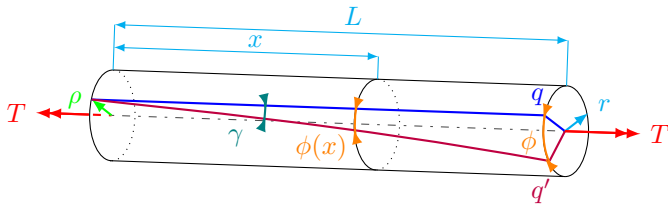
Skjærespenning i bjelker med rektangulært areal:

$$\tau = \frac{V}{A}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{Vh^2}{8I} = \frac{3V}{2A}$$

Torsjon i sirkulære stenger

Viktig å huske



$$MPa = N/mm^2$$

$$Pa = N/m^2$$

Vridningsraten: $\theta = \frac{\phi}{L}$

Vridningslengde: $\phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot I_p}$

Skjæremodulen: $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$

Hookes lov for forskyvning: $\tau = G \cdot \gamma$

Maksimal skjærespenning: $\tau_{Max} = G \cdot r \cdot \theta$

Intern skjæretøyning: $\gamma = \rho \cdot \theta = \frac{\rho}{r} \cdot \gamma_{max}$

Maksimal intern skjæretøyning: $\gamma_{Max} = r \cdot \theta = \frac{r \cdot \phi}{L}$

Tilnærmet skjærespenning i tynnveggede rør

$$\tau_{Max} = \frac{T}{2 \cdot t \cdot A_m}$$

$$\phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot J}$$

$$\theta = \frac{T}{G \cdot J}$$

$$J = \frac{4A_m^2}{\int_0^{lm} \frac{1}{t} ds}$$

Bøying av prismatiske bjelker

Utregning av bøyningvinkler og lengder av bjelker der det er et konstant treghetsmoment og E-modul.

$$EI \cdot v'' = M(x) \quad v(x) = \text{Bøyningsslengde}$$

$$EI \cdot v''' = V(x) \quad v'(x) = \theta(x) = \text{Vinkeldreining}$$

$$EI \cdot v'''' = -q(x)$$

Husk konstantene C under integrasjonsprosessen. Husk også rand betingelser og kontinuitets betingelser.

Se appendix G i Gere/Goodno Mechanics of Materials for ferdig integrerte uttrykk for standard-tilfeller. Om det er flere krefter så kan flere standardtilfeller summeres sammen.

Måling av tøyninger

Positiv ε betyr strekk, mens negativ ε betyr trykk.

$$\varepsilon_p = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \quad \varepsilon_m = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2}$$

Ekvivalent spenning

Von Mises formel for ekvivalent spenning:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2} + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)}$$

Husk at strekkbøyningsmomentet, σ , skal inkludere eventuelle skjærespenninger, bøyningmoment og vridningsmoment.