

# Formel ark Mas130 - 2013

## Konstanter og konverterings faktorer

$N_0 = 6.023 * 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  = Avregados tall

$k = 8.620 * 10^{-5} \text{ eV/K} \vee 1.3807 * 10^{-23} \text{ J/K}$  = Boltzmanns konstant

$R = 8.314 \text{ J/(mol*K)} \vee 1.987 \text{ cal/(mol*K)}$  = molar gass konstant

$u = 1.661 * 10^{-24} \text{ g}$  = atomær masse til gram

$K = ^\circ\text{C} + 273 = (^\circ\text{F} - 32) / 1.8$

$\ln x = 2.303 \log_{10} x$

## Krystalinske materialer og krystallstrukturer (Kap 3)

14 Bravis enhetsceller; Kubisk (Enkel, romsentrert (BCC) og flatesentrert (FCC)), Heksagonal (HCP), Tentagonal (enkel og romsentrert), Ortorombisk (Enkel, grunnflatesentrert, flatesentrert og romsentrert), Romoendrisk, Monoklin (enkel og bunnflatesentrert) og Trikin.

### BCC - Body centered Cubic - 2 atom

Radius (R) og atomplan avstand (a) forhold:  $R = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{4}$  s. 91

Antall Atomer:  $2 \text{ atom} = 8 * \frac{1}{8} + 1$

Atomplan avstand (H,K,L):  $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$  s. 103

Volum BCC celle =  $V_{\text{BCC}} = a^3$

Volum atom i BCC celle:

Med R:  $V_{\text{BCC-Atom}} = 2 \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right)$   $\vee$  Med a:  $V_{\text{BCC-atom}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \pi a^3}{8}$

### FCC - Face centered Cubic - 4 atom

Radius (R) og atomplan avstand (a) forhold:  $R = \frac{\sqrt{2} \cdot a}{4}$

Antall Atomer:  $4 \text{ atom} = 8 * \frac{1}{8} + 6 * \frac{1}{2}$

Atomplan avstand (H,K,L):  $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$  s. 103

Volum FCC celle =  $V_{\text{FCC}} = a^3$

Volum atom i FCC celle:

Med R:  $V_{\text{FCC-Atom}} = 4 \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right)$   $\vee$  Med a:  $V_{\text{FCC-atom}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \pi a^3}{4}$

**HCP - Hexagonal close-packed**

Antall atomer:  $6 \text{ atom} = 12 * \frac{1}{6} + 2 * \frac{1}{2} + 3$

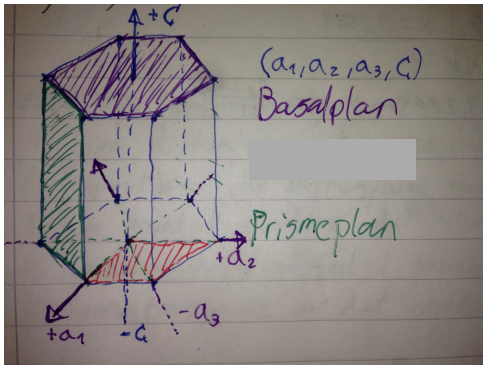
Antall atomer med senter i basalplan:  $3 \text{ atom} = 6 * \frac{1}{3} + 1$

Volum HCP:  $V_{\text{HCP}} = (\text{areal base}) (\text{høyde}) = (3 a^2 \text{Sin}(60^\circ)) c$  s.95

Basalplan Areal:  $A = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$

Gitterkonstant = a

Ideelt c/a forhold = 1.633



**Resiproke verdier til tegning av plan**

Index	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	(c)
Resiprok	$\frac{1}{a_1}$	$\frac{1}{a_1}$	$\frac{1}{a_1}$	$(\frac{1}{c_1})$

**Tetthet**

Husk å regne om SI enheter.

Atompakningstetthet:

$P_V = \frac{\text{Volum Atomer}}{\text{Volum boks}}$  s.92

Volum tetthet per m<sup>3</sup>i gram:

1. Masse pr celle =  $\frac{(\text{atom pr.celle}) (\text{masse pr atom (g/mol)})}{(\text{Avregados tall}=N_a)}$   
 2. Finn tetthet :  $P_V = \frac{\text{masse pr.celle}}{\text{Volum pr.celle}=a^3}$  s.111

Planar tetthet:

$P_p = \frac{\text{Antall atomer med senter i plan}}{\text{areal plan}}$  s.112

Linær tetthet:

$P_l = \frac{\text{Antall atom diameter i linje}}{\text{lengde på linje}}$  s.113

**Volumendring på tvers av strukturer**

$$\Delta V \% = \frac{V_{\text{Resultat}} - V_{\text{Originalt}}}{V_{\text{Originalt}}} = \frac{\frac{V_{\text{resultat.celle}}}{\text{antall atom}} - \frac{V_{\text{Original.Celle}}}{\text{antall atom}}}{\frac{V_{\text{Original.Celle}}}{\text{antall atom}}} * 100 \% \quad \text{s. 115}$$

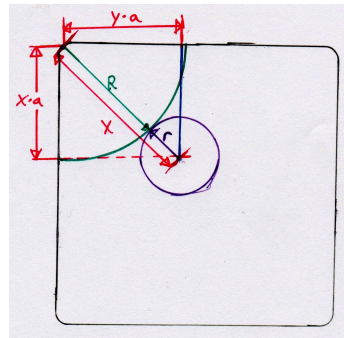
$$\text{BCC} \Rightarrow \text{HCP Eks: } \frac{V_{\text{HCP}} - V_{\text{BCC}}}{V_{\text{BCC}}} = \frac{\frac{(3a^2 \sin(60^\circ))c}{6} - \frac{a^3}{2}}{\frac{a^3}{2}}$$

**Crystalline defekter (kap 4)****Interstitielle tomrom i kube**

Radius til interstitiell tommrom med origo i kordinatene (x,y,z)

$$\chi^2 = (x a)^2 + (y a)^2 + (z a)^2 \Rightarrow \chi = \sqrt{(x * a)^2 + (y * a)^2 + (z * a)^2}$$

$$r = \chi - R$$



Eksempel; Finnradius til det interstitielle tommrommet i koordinatene  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 0)$

$$\chi^2 = \left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (0a)^2 \Rightarrow \chi = \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$r = \chi - R$$

**Diffusjon (kap 5)****Vakanser i likevekt ved gitt temperatur**

$$\frac{n_v}{N} = C e^{\frac{-E_v}{kT}} \quad \text{s. 188}$$

$n_v$  = Antall vakanser pr  $m^3$  av metall

$N$  = Totalt antall atomer pr  $m^3$  av metall

$E_v$  = Aktiveringsenergi til å lage vakanser (eV)

$T$  = Absolutt temperatur, Kelvin (K)

$k$  = Boltzmanns konstant:  $8.620 * 10^{-5} \text{ eV/K}$

$C$  = Konstant (anta 1 om ikke annet oppgitt (ref s.188))

**Antall atom pr  $m^3$  av metall**

$$N = \frac{N_0 * \rho_{\text{element}}}{\text{atom masse element}} \quad \text{s. 189}$$

$\rho$  = massetettheten til element (tabell s.1028)

$N_0$  = Avogadros nummer:  $6.023 * 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

**Arrhenius-ligningen**

$$D = D_0 e^{\frac{-Q}{RT}} \text{ også sett som } \text{Reaksjons rate} = C e^{\frac{-Q}{RT}} \text{ s.190}$$

D= Reaksjonsrate

Q=Aktiveringsenergi  $\frac{J}{\text{mol}}$   $\vee$   $\frac{\text{cal}}{\text{mol}}$

R= molar gasskonstant:  $8.314 \frac{J}{(\text{mol}\cdot\text{K})}$   $\vee$   $1.987 \frac{\text{cal}}{(\text{mol}\cdot\text{K})}$

T = Absolutt temperatur (K)

$D_0$ =rate konstant, uavhengig av temperatur

**Arrhenius-ligningen i logaritmeform**

$$\log_{10} D = \log_{10} D_0 - \frac{Q}{2.303 RT} \vee \ln D = \ln D_0 - \frac{Q}{RT}$$

2.303 = konverteringsfaktor fra ln

Eksempel s.205

**Ficks første diffusjonslov**

$$J = -D \frac{dc}{dx} \text{ s.194}$$

J = Flux eller netto strøm av atomer  $(\frac{\text{atom}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}})$

D = diffusiviteten / atomisk ledningsevne / diffusjons konfiskent  $(\frac{\text{m}^2}{\text{s}})$

$\frac{dc}{dx}$  = konsentrasjons gradient  $(\frac{\text{atom}}{\text{m}^3} * \frac{1}{\text{m}})$

**Ficks andre diffusjonslov**

**Orginal**

$$\frac{dC_x}{dt} = \frac{d}{dx} \left( D \frac{dC_x}{dx} \right) \text{ s.197}$$

$\frac{dC_x}{dt}$  = konsentrasjonsendring i x-retning over tid t

$\frac{dC_x}{dx}$  = Konsentrasjonsendring i x-retning over avstand x

D = Diffusjons konstant for diffusjonerende element

**Løsning**

$$\frac{C_s - C_x}{C_s - C_0} = \text{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \text{ s.197}$$

$C_s$ = Overflatekonsentrasjon av element i gassen som diffuserer inn i overflaten

$C_0$ = Opprinnelig innhold av diffunderende element i objekt

$C_x$ = Konsentrasjon av element ved distanse x på tidspunkt t

x = distanse fra overflaten (m)

t = tid (s)

D= Diffusivitet / reaksjonsrate ( passer til Arrhenius ligning)

**Løse ut erf verdier s.200 Tabell s.197**

1.  $\text{erf}(z) = y \Leftrightarrow z = x$  2.

$$\begin{matrix} \text{erf } z & \vdots & z \\ y_{\leftarrow} & \vdots & x_{\leftarrow} \\ y & \vdots & x \\ y_{\rightarrow} & \vdots & x_{\rightarrow} \end{matrix} \Rightarrow \frac{y - y_{\leftarrow}}{y_{\rightarrow} - y_{\leftarrow}} = \frac{x - x_{\leftarrow}}{x_{\rightarrow} - x_{\leftarrow}} \text{ Løs ut } x$$

Sett in verdier fra tabell før og etter kjente

z	erf z	z	erf z	z	erf z	z	erf z
0	0	0.40	0.4284	0.85	0.7707	1.6	0.9763
0.025	0.0282	0.45	0.4755	0.90	0.7970	1.7	0.9838
0.05	0.0564	0.50	0.5205	0.95	0.8209	1.8	0.9891
0.10	0.1125	0.55	0.5633	1.0	0.8427	1.9	0.9928
0.15	0.1680	0.60	0.6039	1.1	0.8802	2.0	0.9953
0.20	0.2227	0.65	0.6420	1.2	0.9103	2.2	0.9981
0.25	0.2763	0.70	0.6778	1.3	0.9340	2.4	0.9993
0.30	0.3286	0.75	0.7112	1.4	0.9523	2.6	0.9998
0.35	0.3794	0.80	0.7421	1.5	0.9661	2.8	0.9999



## Mekaniske egenskaper for metaller I (kap 6)

### Strek test

Lengdetøyning ( $\epsilon_L$ ):  $\epsilon_L = \frac{L-L_0}{L_0}$   $\vee$   $\epsilon_L = -\frac{\epsilon_t}{\nu}$   
 Lengdetøyning s.227

Tvertøyning ( $\epsilon_t$ ):  $\epsilon_t = \frac{d-d_0}{d_0}$   $\vee$   $\epsilon_t = \frac{b-b_0}{b_0}$   $\vee$   $\epsilon_t = -\nu * \epsilon_L$   
 I en sylinder I ett rektangel/kvadrat

Poissons tall ( $\nu$ ):  $\nu = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_L}$  s.228

Tabell for poissons tall: Se Appendix 1.6 s.994

Prosentvis endring i tversnitt:  $\Delta A_{Tversnitt} = \frac{\Delta A}{A_0} * 100 \% = \frac{a-b-a_0 b_0}{a_0 b_0} * 100 \%$  s.236

Gjennomsnittelig spenning i x retning:  $P = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x}$  s.233  
 $P=E$ = Elastitetsmodul (Pa)  
 $\sigma_x$ = Spenning i x retning (Pa)  
 $\epsilon_x$ = Tøyning i x retning

Tabell for Elastitetsmodul: Se Appendix 1.5 s.990

Elastitetsmodul:  $E = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x}$  s.233

Belastningskraft:  $\sigma = \frac{P}{A_{tverr}}$  s.239  $\rightarrow$   $\sigma_{Sann} = \frac{P}{A}$   $\rightarrow$   $\sigma_{Ingeniør} = \frac{P}{A_0}$   
 Sann spenning Ingeniør spenning

### Flyte grense (yield strength) s.233

US= 0.2% etter plastisk deformasjon har påbegynt, dvs etter 0.2% permanent forlengelse av stav

Beregnet sikkerheten mot flyting:  $N = \frac{\sigma_y}{\sigma}$  Ref.: Morten Ebbesen

N = faktor for hvor mange ganger din spenning ( $\sigma$ ) går opp i flyte grensen

$\sigma_y$ = Flyte grense for metallet (se Appendix 1.4 s.987)

$\sigma$  = Spenning påført ditt komponent

### Hardhetstest s.241

Brinell:  $BHN = \frac{2P}{\pi D \left( D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)}$   $D$  = Kulediameter  
 $d$  = avtrykk diameter

Vickers:  $VHN = \frac{1.72P}{d^2}$   $d$ = gjennomsnittelig avtrykksdiameter

Knoop :  $KHN = \frac{14.2P}{l^2}$   $l$  = avtrykks lengde  
 microhardness

Rockwell: Se side 241, Tabell 6.2

## Brudd (kap 7)

Brudd styrke tabell se side 293 og Apendix 1.10 s. 1005

### Brudd styrke ved kant rift

$$K_{IC} = Y \sigma_f \sqrt{\pi a} \quad \text{s. 292 Eq 7.2}$$

$K_{IC}$  = Brudd styrke (SI = MPa  $\sqrt{m}$ )

$\sigma_f$  = brudd spenning (SI = MPa) også sett som  $\sigma_y$  = flytespenning (spenning før det blir brudd)

$a$  = revn lengde fra kant (eller halv invendig revn lengde) (SI = m)

$Y$  = Geometri faktor / konstant

### Spennings intensitet ved kant av rift

$$K_I = Y \sigma \sqrt{\pi a} \quad \text{s. 291 Eq 7.1}$$

$K_I$  = Spennings intensitet ved kant av rift (SI = MPa  $\sqrt{m}$ )

$\sigma$  = påført normal spenning (SI = MPa)

$a$  = revn lengde fra kant (eller halv invendig revn lengde) (SI = m)

$Y$  = Geometri faktor / konstant

### Tretthetsbrudd (fatigue)

Beregn spenningsvidde (Stress range):  $\sigma_r = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$  s. 298 Eq 7.4

$$\sigma_r = 2 \sigma_a \quad \text{Eq 7.5}$$

Beregn spennings amplituden:  $\sigma_a = \frac{\sigma_r}{2} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$  s. 298 Eq 7.5

Beregn middelsspenning (mean stress):  $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$  s. 298 Eq 7.3

Beregn spenningsforhold:  $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$  s. 298 Eq 7.6

Beregn  $\sigma_{\max}$  og  $\sigma_{\min}$  på  $\sigma_m$  og  $\sigma_a$ :  $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$  (Maks spenning)  $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$  (Min spenning)

## Jern og stål produksjon (kap 9)

### Faser i Fe – Fe<sub>3</sub>C s. 379

$\alpha$ -ferritt:

- BCC struktur jern
- Blandingstoleranse for karbon:
  - Maks 0.02% ved 723 °C → Min 0.005% ved 0 °C

Austenitt ( $\gamma$ ):

- FCC struktur  $\gamma$ -jern
- Blandingstoleranse for karbon:
  - Maks 2.08% ved 1148 °C → Min 0.8% ved 723 °C
- Ved rask kjøling skapes Martensitt (transformasjon start =  $M_s$ , slutt =  $M_f$ )

Cementitt ( $\text{Fe}_3\text{C}$ ):

- 6.67% C og 93.3% Fe
- Hardt og sprøtt

$\delta$ -ferritt:

- BCC struktur  $\delta$ -jern med større gitterkonstant enn  $\alpha$ -ferritt
- Blandingstoleranse for karbon:
  - Maks 0.09% ved 1465 °C

### Vektprosent av faser ved gitte temperaturer og karboninnhold

$$C_{\text{tilstand 1}} W_{\text{tilstand 1}} + C_{\text{tilstand 2}} W_{\text{tilstand 2}} = C_{\text{total}} \quad \wedge \quad W_{\text{tilstand 1}} + W_{\text{tilstand 2}} = 100 \%$$

$C_{\text{tilstand}}$  = karbon maks til gitte tilstand ved gitte temperatur

$W_{\text{t}}$  = Masseprosent av gitte tilstand

$C_{\text{total}}$  = karbon innholdet i stålet

100%=1 ved desimal regning

Eksempel:

Vanlig karbonstål med 0.65% C kjøles langsomt fra 950°C to like over 723°C Hva er vektprosenten Austenitt ( $\gamma$ ) og ferritt ( $\alpha$ ) i dette stålet?

$C_{\alpha} = 0.02\%$ ,  $C_{\gamma} = 0.8\%$ ,  $C = 0.65\%$  (100%=1 ved desimal regning)

$$\left( \begin{array}{l} C_{\alpha} W_{\alpha} + C_{\gamma} W_{\gamma} = C \quad \wedge \quad W_{\alpha} + W_{\gamma} = 100 \% \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \square \quad W_{\alpha} = 100 \% - W_{\gamma} \\ C_{\alpha}(1 - W_{\gamma}) + C_{\gamma} W_{\gamma} = C \quad \square \quad \quad \quad \square \\ \quad \quad \quad W_{\gamma} = \frac{C - C_{\alpha}}{C_{\gamma} - C_{\alpha}} \quad \square \quad \quad \quad W_{\alpha} = 1 - W_{\gamma} \end{array} \right)$$

$$W_{\gamma} = \frac{0.65 - 0.02}{0.8 - 0.02} = 0.808 = 80.8\% \Rightarrow W_{\alpha} = 19.2\%$$

## Kompositter (kap 12)

### Vektprosent og tetthet i kompositter

Beregn vektprosent fiber og matrise:

1. Finn mengde volum av hvert komponent om prosent oppgitt ta utgangspunkt i 1
2. Finn masse av hvert komponent

Tettheten  $\Rightarrow$  masse:  $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$  s. 657

3. Finn total masse av kompositt  $M_c = m_f + m_m$  s. 657  
 $m_f = \text{fiber masse}, m_m = \text{matrise masse}$

4. Vektprosent:  $Wt \% = \frac{m_x}{M_c} * 100 \%$   
 $m_x = m_f \vee m_m$  s. 657

Tetthet kompositt:  $\rho_c = \frac{M_c}{V}$

**Isotøyning (relaterende tøyning) ved kraft i fiberretning (V og A = fraksjoner)**

**Utleddning av elastitetsmodul**

P = kraft,  $\sigma$  = spenning og/eller strekkfasthet, E = elastitetsmodul, A og V = Fraksjoner (eks.  $\frac{\%}{100}$ )

Kraft:  $P_c = P_f + P_m$  s. 658 Eq 12.1

Spenning:  $\sigma = \frac{P}{A} \Rightarrow \sigma_c A_c = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m$  Eq 12.2  $\vee$   $\sigma_c V_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$  Eq 12.3

Grunnet like lengder i matrise og fiber kan A byttes ut med V

Setter vi  $A_c$  til 1 kan A og V brukes som fraksjoner av totalareal

$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$  s. 659 Eq 12.4

Ved god relaterte tøyning (Isotøyning) og gode bond mellom kompositt areal kan man anta

$\epsilon_c = \epsilon_f = \epsilon_m$  Eq 12.5

Elastitetsmodul:  $E_c = E_f V_f + E_m V_m$  Eq 12.17 ettersom  $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$  og  $\frac{\sigma_c}{\epsilon_c} = \frac{\sigma_f V_f}{\epsilon_f} + \frac{\sigma_m V_m}{\epsilon_m}$

**Andre relevante formler**

$\sigma$  = strekkfasthet

Faktoren mellom krefter og størrelser i fiber og matrise er like dvs.:

$\frac{P_f}{P_m} = \frac{\sigma_f A_f}{\sigma_m A_m} = \frac{E_f \epsilon_f A_f}{E_m \epsilon_m A_m} = \frac{E_f A_f}{E_m A_m} = \frac{E_f V_f}{E_m V_m}$  s. 659 Eq 12.8

Andel tøyning i fiber(kan byttes med matrise eller fiber/matriseforhold):

$\frac{P_f}{P_c} = \frac{E_f V_f}{E_m V_m + E_f V_f}$  Eq 12.9 og Eq 12.8

**Isospenning (relaterende spenning) ved normal spenning påført fibre i parallelt orientert fiberlag. (V og A = fraksjoner)**

**Utleddning av elastitetsmodul**

Spenning:  $\sigma_c = \sigma_f = \sigma_m$  s. 661 Eq 12.10

Tøyning:  $\epsilon_c = \epsilon_f + \epsilon_m$  Eq 12.11

Om " $V_f$  og  $V_m$ " er fraksjoner kan man skrive:  $\epsilon_c = \epsilon_f V_f + \epsilon_m V_m$  Eq 12.12

Anta Hooks lov er valid:  $\epsilon_{c/f/m} = \frac{\sigma}{E_{c/f/m}}$  Eq 12.13  $\Rightarrow$   $\frac{\sigma}{E_c} = \frac{\sigma V_f}{E_f} + \frac{\sigma V_m}{E_m}$  Eq 12.14  $\vee$   $\frac{1}{E_c} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m}$  Eq 12.15

Antar trykkfeil gr videre gang

Elastitetsmodul blir:  $E_c = \frac{E_f E_m}{V_f E_m + V_m E_f}$  Eq. 12.17